

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по математике
в 2014 – 2015 учебном году
10 класс**

Время выполнения заданий — 4 часа

Уважаемый участник!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признаётся решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

20	14	

К условию
задачи 10.1

10.1. Квадрат из чисел называется магическим, если в нём суммы чисел во всех строках, во всех столбцах, а также на двух главных диагоналях равны между собой. В магическом квадрате 3×3 известны только два числа из девяти — см. рисунок.

а) Приведите пример такого магического квадрата.

б) Однозначно ли определяется магический квадрат по условиям задачи?

в) Можно ли наверняка определить ещё хотя бы одно число квадрата?

Ответы обосновать.

10.2. Две машины едут по загородному шоссе со скоростью 90 км/час, сохраняя дистанцию между собой в 45 метров. Минуя знак ограничения скорости, каждая из машин резко сбрасывает скорость до 50 км/час. Каким после этого будет расстояние между машинами? Ответ обосновать.

10.3. Каждой точке координатной плоскости xOy поставим в соответствие произведение ее координат, которое назовем *весом* точки. Докажите, что сумма весов всех четырёх вершин квадрата одна и та же для любых двух квадратов с общим центром.

10.4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) проведена биссектриса BD . Известно, что $AD = BC$. Докажите, что $BD = BC$.

10.5. Квадратный трёхчлен $f(x)$ таков, что каждое из уравнений $f(x) = x - 1$ и $f(x) = 2 - 2x$ имеют ровно по одному решению. Докажите, что трёхчлен $f(x)$ не имеет действительных корней.

10.6. Оля сделала себе столешницу в виде клетчатого квадрата 10×10 (линии сетки параллельны сторонам квадрата и каждая клетка имеет размер 1×1). Миша лобзиком выпилил в середине квадрат 8×8 (границы квадрата идут по линиям сетки). Оля распилила оставшуюся рамку из 36 клеток по линиям сетки на попарно различные части (не совпадающие наложением) и сложила из них новую столешницу размером 6×6 . Какое максимальное число частей могло у неё получиться? Ответ обосновать.